MINISTERUL EDUCAȚIEI NAȚIONALE
INSPECTORATUL ȘCOLAR JUDEȚEAN VRANCEA
COLEGIUL ECONOMIC „MIHAIL KOGĂLNICEANU”
b-dul Gării, nr. 25, Focșani, Vrancea

Nr: Nr:

Avizat director
Prof. Bocsok Gabriela-Dorina

Avizat ISJ Vrancea

SUPORT DE CURS LA DISCIPLINA MATEMATICĂ ADAPTAT LA NEVOILE ELEVILOR CU CES

MATEMATICĂ

CLASA A IX-A

An școlar 2018-2019

PROF. COJOCARIU AURORA

COLEGIUL ECONOMIC „MIHAIL KOGĂLNICEANU”

FOCȘANI, VRANCEA

Cuprins

I. Recapitularea noțiunilor elementare din gimnaziu.
Fișă de lucru nr. 1

1. Aflați cardinalul mulțimii $P = \{x \in \mathbb{Z} \mid |x| < 2\}$
2. Determinați multimea $B = \{x \in A \mid |x| = x\}$, unde $A = \{-6, -2, 1, 4, 5\}$.
3. Dacă $E(x) = x+2\cdot|x-1|$, aflați $E(-1) + E(-2)$.
4. Rezolvați, în mulțimea numerelor întregi, inecuațiile:
   a) $x + 1 < 6$; b) $4 - x < 2$; c) $-4 < x - 1 < 3$.
5. Determinați numărul x dacă $\frac{x+2}{9} = \frac{5}{3}$.
6. Se știe că $\frac{a}{b} = \frac{c}{8}$ și că $bc = 108$. Calculați valorea lui a.
7. Calculați $\sqrt{27} + \sqrt{12} - \sqrt{75}$.
8. Calculați $2\sqrt{8} + 3\sqrt{18} + 13\sqrt{2}$.
9. Scrieți sub formă de interval mulțimea $A = \{x \in \mathbb{R} \mid 0 \leq x \leq 3\}$.
10. Scrieți sub formă de interval mulțimea $B = \{x \in \mathbb{R} \mid x < -2\}$.
11. Calculați $2(3x + 1) +3(1 - 2x)$.
12. Calculați $3(x^2 - 2x - 2) + x(6 - 3x)$.
13. Calculați $(x + 4)(x - 3) - x + 12$.
14. Calculați $(x - 3)(x + 3) - (x + 3)^2 + 3(2x + 7)$.
15. Calculați $x^2 - 7x + 5 - (x + 8)(x - 1)$.
16. Fie funcția $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = -2x + 1$. Calculați $E = f(-1) - f(2)$
17. Considerăm funcția $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = 4$. Determinați valoarea raportului $\frac{f(0)}{2}$.
18. Fie funcția $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = -2x + \sqrt{6}$. Arătați că $a = \frac{f(\sqrt{3})-f(\sqrt{2})}{\sqrt{2}-\sqrt{3}} \in \mathbb{N}$.
19. Fie $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = 7x - 3$. Determinați coordonatele punctului de intersecție a graficului funcției f cu axa Oy.
20. Fie $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = -4x + 8$. Determinați coordonatele punctului de intersecție a graficului f cu axa Ox
21. Arătați că punctul $A(-2, 1)$ este situate pe graficul funcției $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = 3x + 7$.
22. Determinați $a \in \mathbb{R}$ dacă punctul $A(\frac{1}{2}, 2)$ este situat pe graficul funcției $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = ax + 2$.
23. Rezolvați următoarea ecuație $2x + 7 = x - 2, x \in \mathbb{Z}$.
24. Rezolvați următoarea ecuație $4x - (1 + 3x) = -9, x \in \mathbb{R}$.
25. Rezolvați următoarea ecuație $x^2 = 9, x \in \mathbb{R}$.
26. Rezolvați următoarea ecuație $|x - 2| = 7, x \in \mathbb{R}$.
27. Rezolvați următoarea ecuație $x^2 + x = 6, x \in \mathbb{Z}$.
28. Rezolvați următoarea ecuație $|x - 2| = 7, x \in \mathbb{R}$.

29. Rezolvați următoarea ecuație $x^2 - 2x - 3 = 0, x \in \mathbb{R}$.
30. Rezolvați următoarea ecuație $4x^2 - 4x + 1 = 0, x \in \mathbb{Q}$.
31. Rezolvați următoarea inecuație $x - 3 < 1, x \in \mathbb{N}$.
32. Rezolvați următoarea ineecuație $6 - 2x < 4, x \in \mathbb{Z}$.
33. Rezolvați următoarea inecuație $2x - 3 > 1 + 3x, x \in \mathbb{R}$.
34. Rezolvați următoarea inecuație $-3 < x - 2 < 1, x \in \mathbb{R}$.
35. Rezolvați următorul sistem de ecuații $\begin{cases} 2x + 3y = 5 \\ -x + 2y = 8 \end{cases}$.

II. Mulțimea numerelor reale

1. Puteri cu exponent întreg.

- Dacă $a \in \mathbb{R}^*$ și $n \in \mathbb{N}^*$: $a^0 = 1, a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot \ldots \cdot a}_{\text{n factori}}, a^{-1} = \frac{1}{a^n}$.
- Dacă $a, b \in \mathbb{R}, m, n \in \mathbb{Z}$, au loc proprietățile:

$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$, $a^m : a^n = a^{m-n}$, $(a^m)^n = a^{mn}$, $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}, b \neq 0$, $(ab)^n = a^n \cdot b^n$

Rădăcina pătrată a numărului pozitiv *x* este numărul real pozitiv, notat $\sqrt{x}$, al cărui pătrat este egal cu *x*.

Reguli de calcul. Pentru $a, b \in (0, +\infty)$.

$\sqrt{a}\sqrt{b} = \sqrt{ab}$, $\sqrt{a} : \sqrt{b} = \sqrt{\frac{a}{b}}$, $\left(\sqrt{a}\right)^m = \sqrt{a^m}$, $c\sqrt{a} = \begin{cases} \sqrt{c^2 a}, c \geq 0 \\ -\sqrt{c^2 a}, c < 0 \end{cases}$, $\sqrt{x^2} = |x|, \forall x \in \mathbb{R}$

Fișă de lucru nr. 2

1. Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = x - 3$. Să se determine $f(-4) \cdot f(-3) \cdot \ldots \cdot f(3) \cdot f(4)$.

2. Să se calculeze:

a) $\left(\sqrt{5} + 1\right)^2 - \sqrt{20}$

b) $4^{-3} \cdot \left(\frac{1}{4}\right) \cdot\ 2^5 \cdot 8^{-2}$

3. Să se arate că numărul $a = \left(\sqrt{5} + 1\right)^2 + \left(\sqrt{5} - 1\right)^2$ este număr natural.

4. Știind că $a = \sqrt{64} + \sqrt{36}$ și $b = \sqrt{\frac{49}{100}} - \sqrt{\frac{4}{25}}$, să se calculeze:

a) $a - 30 \cdot b$

b) $a^2 - 9 \cdot b^{-1}$

c) $\left(\frac{a}{10} - 2b\right)^{-3}$

5. Să se arate că expresia $E = 2(3x + 1)(1 - 3x) + (3x - 2)^2 + (3x + 2)^2$ nu depinde de x.

6.Se dau numerele $a = 8 - \sqrt{28}, b = 2\sqrt{7} + 8$. Să se calculeze diferența dintre media aritmetică și media geometrică a numerelor a și b.

2. Modulul unui număr real.

$|x| = \begin{cases} x, x \geq 0 \\ -x, x < 0 \end{cases}$ (modulul sau valoarea absolută a lui x).

Proprietăți:

a) $|x| \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$

b) $|x| = 0 \Leftrightarrow x = 0$

c) $|-x| = |x|, x \in \mathbb{R}$

d) $|x + y| \leq |x| + |y|$

e) $|xy| = |x| \cdot |y|$

f) $\left|\frac{x}{y}\right| = \frac{|x|}{|y|}, y \neq 0$

g) $\sqrt{x^2} = |x|, x \in \mathbb{R}$

h) $|x| \leq c \Leftrightarrow -c \leq x \leq c$

i) $|x| \geq c \Leftrightarrow x \leq -c$ sau $x \geq c$

Fișă de lucru nr. 3

1. Să se calculeze: $\left|\sqrt{7}\right|, |-5|, |(-3)^2|, |(-4)^3|, \left|\frac{-2}{3}\right|, \left|\frac{0}{5}\right|$

2. Să se calculeze:

a) $|4{,}8 - 5{,}7|$

b) $\left|\sqrt{2{,}25} - \sqrt{5{,}76}\right|$

c) $|(-3)^3|$

3. Să se rezolve în $\mathbb{R}$ ecuațiile:

a) $|x + 4| = 5$

b) $|-2x + 7| = 3$

c) $|5x - 20| = 0$

4. Folosind proprietațile modulului unui număr real, să se determine $x \in \mathbb{Z}$ care verifică:

a) $|x| \leq 5$

b) $|x| < 4$

5. Să se rezolve în $\mathbb{R}$ inecuațiile:

a) $|x - 7| < 2$

b) $|3x - 1| \leq 5$

III. Funcții

1. Progresii aritmetice.

· Șirul (a_n) este progresie aritmetică dacă $a_n = a_{n-1} + r, \forall n \geq 2 (r = \text{rație})$.

Proprietăți:

a) Formula termenului general: $a_n = a_1 + (n-1) \cdot r$

b) $a_k = \frac{a_{k-1}+a_{k+1}}{2}, k \geq 2$

c) Dacă $a_1, a_2, \dots, a_n$ sunt numere în progresie aritmetică, atunci $a_1 + a_n = a_2 + a_{n-1} = \dots = a_k + a_{n-k+1}$

d) $S_n = a_1 + a_2 + \dots + a_n = \frac{(a_1+a_n)n}{2}$ (formula sumei primilor n termeni ai unei progresii aritmetice).

Fișă de lucru nr. 4

1. Scrieți primii 5 termeni ai progresiei aritmetice în care $a_1 = 6, r = -2$
2. Să se determine al zecelea termen al șirului 1, 7, 13, 19, ...
3. Să se determine primul termen al progresiei aritmetice $a_1, a_2, 19, 25, \dots$.
4. Fie progresia aritmetică $(a_n)_{n\geq 1}$ de rație $r = 4$ și cu $a_2 + a_5 = 38$. Să se determine a_1.
5. Să se calculeze suma primilor 6 termeni ai unei progresii aritmetice $(a_n)_{n\geq 1}$, știind că $a_1 = -3$ și $a_2 = 2$.
6. Se consideră progresia aritmetică $(a_n)_{n\geq 1}$ în care $a_2 = 2$ și $a_5 = -1$. Să se calculeze a_{10}.
7. Să se determine primul termen al unei progresii aritmetice $(a_n)_{n\geq 1}$ știind că $r = -2$ și $a_3 + a_7 = 12$.
8. Să se calculeze suma primilor 5 termeni ai unei progresii aritmetice $(a_n)_{n\geq 1}$, știind că $a_1 = 1$ și $a_2 = 3$.
9. Să se determine numărul real x știind că numerele $2x + 11, 3x - 7$ și $5x - 17$ sunt termenii consecutivi ai unei progresii aritmetice.

2. Progresii geometrice.

· Șirul (b_n) este progresie geometrică dacă $b_1 \neq 0$ și $b_n = b_{n-1} \cdot q, \forall n \geq 2 (q = \text{rație}, q \neq 0)$.

Proprietăți:

a) Formula termenului general: $b_n = b_1 \cdot q^{n-1}, n \geq 1$

b) Dacă $b_k > 0$, atunci $b_k = \sqrt{b_{k-1} \cdot b_{k+1}}, k \geq 2$

c) Dacă $b_1, b_2, \dots, b_n$ sunt n numere în progresie geometrică, atunci $b_1 b_n = b_2 \cdot b_{n-1} = \dots = b_k \cdot b_{n-k+1}$

d) $S_n = b_1+b_2+\ldots+b_n = \begin{cases} \frac{b_1(q^n-1)}{q-1}, q \neq 1 \\ n \cdot b_{1,} q = 1 \end{cases}$ (formula sumei primilor n termeni ai unei progresii geometrice).

Fișă de lucru nr. 5

1. Determinați rația următoarei progresii geometrice: 6, 12, 24, 48...;
2. Să se determine primii cinci termeni a progresiei geometrice $(b_n)_{n\geq 1}$: $b_1, b_2, 24, 36, 54, \ldots$.
3. Se consideră progresia geometrică $(b_n)_{n\geq 1}$ în care primul termen este 3 și rația este 2. Să se afle b_4 și suma primilor 4 termeni.
4. Se consideră progresia geometrică (b_n) în care $b_1 = 2$ și $b_2 = 6$. Să se calculeze b_5.
5. Se consideră progresia aritmetică (a_n). Să se calculeze suma primilor 10 termeni știind că $a_1 = 7$ și $a_7 = 37$.
6. Într-o progresie geometrică $a_3 = 8$ și $a_5 = 8a_2$. Să se determine primul termen al progresiei.
7. Să se determine $x \in \mathbb{R}$ știind că numerele $4 - x, 8 + x, 10x + 17$ sunt termeni consecutivi ai unei progresii geometrice.

3.1. Noțiunea de funcție.

- **Funcții egale:**

  Dacă $f: A \to B, g: C \to D$, atunci $f = g$, dacă $A = C, B = D$ și $f(x) = g(x), \forall x \in A$.
- **Graficul funcției** $f: A \to B$ este mulțimea $G_f = \{(x, f(x)) \mid x \in A\}$.

  Ecuația $y = f(x), x \in A$ este **ecuația graficului** funcției.

3.2. Funcții numerice.

- Fie $A, B \subseteq \mathbb{R}$. Funcția $f: A \to B$ se numește **funcție numerică** sau **funcție reală de variabilă reală**.
- Se numește reprezentarea geometrică sau grafică a funcției numerice f mulțimea $G_f = \{M(x,y) | x \in A, y = f(x)\}$, G_f este **curba reprezentativă a graficului funcției** sau, prin abuz de limbaj, graficul funcției.
- Intersecția graficului cu axele de coordonate

  $G_f \cap Ox = \{M(x,0) | f(x) = 0, x \in A\}$ $G_f \cap Oy = \{N(0,y) | y = f(0)\}$

Fișă de lucru nr. 6

1. Se consideră funcția $f: \{-3, -2, 0, 1\} \to \mathbb{R}, f(x) = 2x + 1$.

a) Să se determine mulțimea valorilor funcției f.

b) Să se scrie mulțimea $G_f -$ graficul funcției f.

2. Se consideră funcțiile $f:\{-1,0,1\} \to \mathbb{R}$, $f(-1)=2, f(0)=3, f(1)=4$ și $g: A \to \mathbb{R}$, $A=\{x \in \mathbb{Z}, |x| \leq 1\}, g(x)=x+3$. Să se arate că cele doua funcții sunt egale.
3. Se consideră funcția $f:\{-3,-2,-1,0,1\} \to \mathbb{R}, f(x)=x^2-4$.
a) Să se determine mulțimea valorilor funcției f.
b) Să se determine graficul funcției f și să se reprezinte geometric.
4. Fie funcția $f:\{-4,-3,-2,-1,0\} \to \mathbb{R}, f(x)=mx-2$. Să se determine $m \in \mathbb{R}$ știind că elementul $(-3,4)$ aparține mulțimii G_f.
5. Să se determine punctele de intersecție ale graficului funcției cu axele de coordonate, pentru funcțiile $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$:
a) $f(x)=-2x+8$;
b) $f(x)=x-\sqrt{3}$
6. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x)=2m-x$. Aflați $m \in \mathbb{R}$ astfel încât punctul $M\left(\frac{1}{2},3\right)$ să aparțină graficului funcției f.

4.1. Funcții pare. Funcții impare.

- Mulțimea $D \subset \mathbb{R}$ se numește **simetrică** dacă $\forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow -x \in D$.
- Funcția numerică $f: D \to \mathbb{R}$ este **funcție pară** dacă D este mulțime simetrică și $f(-x)=f(x), \forall x \in D$.
- Funcția numerică $f: D \to \mathbb{R}$ este **funcție impară** dacă D este mulțime simetrică și $f(-x)=-f(x), \forall x \in D$.

4.2. Funcții monotone.

Fie funcția numerică $f: D \to \mathbb{R}$:

- f este funcție constantă pe D dacă există $c \in \mathbb{R}$ astfel încât $f(x)=c, \forall x \in D$
- f este funcție crescătoare (strict crescătoare) pe D, dacă $\forall x_1, x_2 \in D, x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) \leq f(x_2)$ (respectiv $f(x_1) < f(x_2)$) .
- f este funcție descrescătoare (strict descrescătoare) pe D, dacă $\forall x_1, x_2 \in D, x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) \geq f(x_2)$ (respectiv $f(x_1) > f(x_2)$) .

Fisă de lucru nr. 7

1. Să se arate că următoarele funcții sunt pare:
a) $f: \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}, f(x)=x^2+5$
b) $f: \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}, f(x)=2x^4+3x^2-5$
2. Să se arate că următoarele funcții sunt impare:
a) $f: \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}, f(x)=4x$
b) $f: \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}, f(x)=x^3+3x$
3. Să se arate că funcția $f: \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$, $f(x)=7x+3$ este strict crescătoare pe $\mathbb{R}$.
4. Să se arate că funcția $f: \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$, $f(x)=5-3x$ este strict descrescătoare pe $\mathbb{R}$.

5. Compunerea funcțiilor.

Fie funcțiile $f: A \longrightarrow B$ și $g: B \longrightarrow C$. Se numește **compusa funcției g cu funcția f**, funcția notată $g \circ f$ definită astfel:

$g \circ f: A \longrightarrow C, (g \circ f)(x) = g\big(f(x)\big)$.

Fișă de lucru nr. 8

1. Se dau funcțiile $f, g: \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}, f(x) = 2x + 1$ și $g(x) = 3x - 2$.

a) Să se calculeze $f\big(f(1)\big), g\big(f(2)\big), f\big(g(-2)\big)$.

b) Să se rezolve ecuația $f(x) - f\big(f(0)\big) = 3x - 2$.

2. Se dau funcțiile $f, g: \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}, f(x) = 3 - x$ și $g(x) = 4x + 2$.

a) Să se determine $g \circ f$

b) Să se rezolve ecuația $g\big(f(x)\big) = 5$.

6.1. Funcția de gradul I. Definiții. Graficul funcției de gradul I.

- Funcția $f: \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}, f(x) = ax + b$ și $a \neq 0, a, b \in \mathbb{R}$ se numește **funcție de gradul întâi**.
- Funcția $f: \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}, f(x) = b, b \in \mathbb{R}$ este **funcția constantă**
- Graficul funcției constante este o dreaptă paralelă cu Ox dusă prin punctul $A(0, b) \in Oy$.
- Graficul funcției de gradul întâi este o dreapta oblică.
- Intersecția graficului funcției de gradul întâi cu axele:

a) $Gf \cap Ox = \left\{A\left(-\frac{b}{a}, 0\right)\right\}$; b) $Gf \cap Oy = \{B(0, b)\}$.

6.2. Monotonia funcției de gradul întâi

- Fie $f: \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}, f(x) = ax + b, a \neq 0$.

  a) Dacă $a > 0, f$ este strict crescătoare pe $\mathbb{R}$;

  b) Dacă $a < 0, f$ este strict descrescătoare pe $\mathbb{R}$.

x	$-\infty$			0			$+\infty$
$f(x)$ $a > 0$	$\nearrow$	$\nearrow$	$\nearrow$	b	$\nearrow$	$\nearrow$	$\nearrow$

x	$-\infty$			0			$+\infty$
$f(x)$ $a < 0$	$\searrow$	$\searrow$	$\searrow$	b	$\searrow$	$\searrow$	$\searrow$

Semnul funcției de gradul întâi este dat în următorul tabel de semn:

x	$-\infty$	$-\frac{b}{a}$	$+\infty$
$f(x) = ax + b$	Semnul contrar semnului lui a	0	Semnul lui a

Fișă de lucru nr. 9

1. Se consideră funcția de gradul I, $f: \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}, f(x) = -2x + 6$.
a) Să se determine punctele de intersecție ale graficului funcției cu axele Ox și Oy.
b) Să se reprezinte grafic funcția.
2. Să se reprezinte grafic funcțiile:
a) $f: \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}, f(x) = 3x + 1$
b) $f: \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}, f(x) = -3x + 2$
3. Fie funcția $f: \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}, f(x) = -3x + 5m, m \in \mathbb{R}$. Să se determine valoarea lui m știind că punctul $A(4,8)$ aparține reprezentării geometrice a graficului funcției f.
4. Fie funcția $f: \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}, f(x) = 2x - 6$.
a) Să se determine punctele de intersecție ale graficului cu axele de coordonate și să taseze graficul funcției f.
b) Să se calculeze perimetrul și aria triunghiului determinat de graficul funcției f și axele de coordonate.
5. Fie funcția $f: \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}, f(x) = 5 - 11x$. Să se determine soluțiile reale ale inecuației $f(x-1) - 11 \leq 6x$.
6. Să se stabilească semnul funcțiilor de gradul I, $f: \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ definite prin:
a) $f(x) = 3x - 9$;
b) $f(x) = -5x - 10$.
7. Să se rezolve inecuațiile:
a) $5x - 7 \geq -4x + 11$;
b) $3x - 5 \leq 41x + 14$;
c) $2(x-1) - 3x \leq 4$.

7. Ecuația de gradul doi.

- Formulă generală: $ax^2 + bx + c = 0, a \neq 0, a, b, c \in \mathbb{R}, \Delta = b^2 - 4ac$

Discriminantul	Număr soluții	Mulțimea soluțiilor
1. $\Delta > 0$	Două soluții reale, diferite.	$x_1, x_2 = \dfrac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$ $S = \{x_1, x_2\}$
2. $\Delta = 0$	Două soluții reale, egale.	$x_1 = x_2 = -\dfrac{b}{2a}$ $S = \left\{-\dfrac{b}{2a}\right\}$
3. $\Delta < 0$	Nu există soluții reale	$S = \emptyset$

- Relații între soluții și coeficienți: $x_1+x_2 = -\frac{b}{a}$ și $x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$ (relațiile lui Viète)
- Formarea ecuației când se cunosc soluțiile x_1, x_2: $x^2 - Sx + P = 0$, unde $S = x_1 + x_2, P = x_1 \cdot x_2$.
- Descompunerea în factori a expresiei $ax^2 + bx + c, a \neq 0$.

Pentru $\Delta \geq 0 \Longrightarrow ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$.

Fișă de lucru nr. 10

1. Să se rezolve în $\mathbb{R}$ ecuațiile:
a) $x^2 + 2x - 15 = 0$
b) $2x^2 + 5x - 3 = 0$
c) $-2x^2 + 9x - 9 = 0$
d) $x^2 - 10x + 25 = 0$
e) $-x^2 + 5x - 7 = 0$
f) $x(x + 3) - 3x = 1$
g) $(2x + 3)^2 + 8 = 0$
2. Să se rezolve în mulțimea $\mathbb{R}$ ecuațiile:
a) $(3x - 1)^2 + (x + 1)^2 = 2$
b) $(x + 1)(2x + 1) + 2(x - 1)(x + 3) = -5$
3. Se consideră ecuația $3x^2 - 2x + m = 0$. Să se determine $m \in \mathbb{R}$ așa încât:
a) ecuația are două soluții reale și distincte;
b) ecuația are două soluții reale și egale;
c) ecuația nu are soluții reale
d) ecuația are soluții reale
4. Să se scrie relațiile lui Viete pentru ecuațiile următoare:
a) $x^2 - 4x + 2 = 0$
b) $-3x^2 + 7x + 2 = 0$
5. Să se formeze ecuația de gradul II cu soluțiile:
a) $x_1 = -1;\ x_2 = 3$
b) $x_1 = 2{,}5;\ x_2 = -2$
6. Să se descompună în factori primi termenul $x^2 - 3x + 2$
7. Se consideră ecuația $x^2 - 2x - 5 = 0$ cu rădăcinile x_1 și x_2. Să se calculeze:
a) $x_1 + x_2 - 3x_1x_2$
b) $2x_1 + 5x_1x_2 + 5x_2$
c) ${x_1}^2 + {x_2}^2$
8. Să se determine $m \in \mathbb{R}$ astfel încât ecuația $mx^2 + 6x + m = 0$ să aibă două soluții reale egale.
9. Să se determine ecuația de gradul doi ale cărei soluții x_1, x_2 verifică condiția $x_1 + x_2 = 2$ și $x_1x_2 = -10$.

10. Fie ecuația de gradul doi $x^2 + 3x + m + 1 = 0, m \in \mathbb{R}$. Să se afle parametrul real m care verifică următoarele relații:
a) $x_1 + x_2 + x_1x_2 = 2$
b) ${x_1}^2 + {x_2}^2 = 5$

8.1 Funcția de gradul doi.

- Funcția $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = ax^2 + bx + c, a \neq 0, a, b, c \in \mathbb{R}$ este funcția de gradul doi.
- $f(x) = a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 + \frac{-\Delta}{4a}$ (forma canonică)

8.2 Maximul sau minimul funcției.

a) Dacă $a > 0, f$ are valore minimă (minim) $y_{\min} = -\frac{\Delta}{4a}$ pentru $x = -\frac{b}{2a}$,
$V\left(-\frac{b}{2a}, -\frac{\Delta}{4a}\right)$ este punct de minim al graficului;
b) Dacă $a < 0, f$ are valore maximă (maxim) $y_{\max} = -\frac{\Delta}{4a}$ pentru $x = -\frac{b}{2a}$,
$V\left(-\frac{b}{2a}, -\frac{\Delta}{4a}\right)$ este punct de maxim al graficului;

8.3 Intersecția graficului cu axele de coordonate.

1. $G_f \cap Ox$: Se rezolvă ecuația $f(x) = 0$
a) $\Delta > 0 \Rightarrow G_f \cap Ox = \{A(x_1, 0), B(x_2, 0)\}$, unde x_1, x_2 sunt soluțiile reale ale ecuației $ax^2 + bx + c = 0$;
b) $\Delta = 0 \Rightarrow G_f \cap Ox = \left\{A(-\frac{b}{2a}, 0)\right\}$ (graficul este tangent axei Ox);
c) $\Delta < 0 \Rightarrow G_f \cap Ox = \emptyset$ (graficul este deasupra sau sub axa Ox);
2. $G_f \cap Oy = \{B(0, f(0))\} = \{B(0, c)\}$.

8.4 Reprezentarea grafică.

Etape:
a) $G_f \cap Ox, G_f \cap Oy$;
b) $V\left(-\frac{b}{2a}, -\frac{\Delta}{4a}\right)$ - vârful graficului;
c) Axa de simetrie: $x = -\frac{b}{2a}$;
d) Se reprezintă în planul xOy rezultatele anterioare și se trasează graficul numit **parabolă**.

Fișă de lucru nr. 11

1. Să se scrie în formă canonică, următoarele funcții:
a) $f(x) = 2x^2 + 5x - 6$
b) $f(x) = -x^2 + x$
2. Să se determine funcția de gradul doi $f: \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}, f(x) = ax^2 + bx + c$, $a \neq 0$, care verifică condiția $f(0) = 5, f(-1) = 0, f(-2) = -7$.
3. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}, f(x) = 2x^2 - 3x - 5$.
a) Să se determine coordonatele vârfului parabolei asociate.
b) Să se determine axa de simetrie a parabolei asociate.
c) Să se determine valoarea minimă a funcției f.
4. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}, f(x) = -x^2 + 4x - 3$.
a) Să se rezolve ecuația $f(x) = 0$
b) Să se determine coordonatele vârfului parabolei asociate
c) Să se determine valoarea minimă a funcției f.
5. Să se reprezinte grafic funcțiile:
a) $f: \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^2 - 5x + 6$
b) $f: \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}, f(x) = -x^2 + 4x - 3$

9. Semnul funcției de gradul doi

a) $\Delta > 0$

x	$-\infty$	x_1		x_2	$+\infty$
$f(x)$	Semnul $\underbrace{\text{lui } a}$	0	Semnul contrar semnului $\underbrace{\text{lui } a}$	0	Semnul $\underbrace{\text{lui } a}$

b) $\Delta = 0$

x	$-\infty$	$-\frac{b}{2a}$	$+\infty$
$f(x)$	Semnul $\underbrace{\text{lui } a}$	0	Semnul $\underbrace{\text{lui } a}$

c) $\Delta < 0$

x	$-\infty$ $+\infty$
$f(x)$	$\underbrace{\text{semnul lui } a}$

Fișă de lucru nr. 12

1. Să se rezolve inecuațiile:
a) $2x^2 - 5x + 2 \leq 0$
b) $x^2 - 4x + 3 > 0$
c) $2x^2 = 7x + 3 > 0$
d) $x^2 - 4 \leq 0$
e) $x^2 - 3x + 2 > 2x - 2$
2. Să se rezolve inecuațiile:
a) $x(x-5) < 2(x^2 - 4x + 3)$
b) $4(x-1)^2 + 6(2x-1) + 3 > 0$
3. Să se rezolve în mulțimea numerelor întregi inecuația $x^2 + x - 6 \geq 0$

IV. Probleme recapitulative pentru bacalaureat.

Fișă de lucru nr. 13

1. Să se calculeze $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$, știind că x_1 și x_2 sunt soluțiile ecuației $x^2 - x - 2 = 0$
2. Să se rezolve în mulțimea numerelor întregi inecuația $x^2 - 5x + 5 \leq 1$.
3. Să se calculeze suma primilor 5 termeni ai unei progresii aritmetice $(a_n)_{n\geq 1}$, știind că $a_1 = 1$ și $a_2 = 3$.
4. Să se determine numărul elementelor mulțimii $A = \{x \in \mathbb{Z} | |x+1| \leq 2\}$.
5. Fie funcțiile $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = x + 3$ și $g: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, g(x) = 2x - 1$. Să se determine soluția reală a ecuației $2f(x) + 3g(x) = -5$.
6. Să se calculeze $x_1 + x_2 + x_1x_2$ știind că x_1 și x_2 sunt soluții ale ecuației $x^2 - 2x - 2 = 0$.
7. Fie funcțiile $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = 3 - 4x$. Să se determine soluțiile reale ale inecuației $f(x) - 1 \geq 4x$.
8. Să se determine al patrulea termen al unei progresii geometrice, știind că rația este egală cu $\frac{1}{3}$ și primul termen este 27.
9. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = 2x - 1$. Să se determine soluțiile reale ale ecuației $f^2(x) + 2f(x) - 3 = 0$.
10. Se consideră funcțiile $f, g: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = 3x^2 - 3x + 1, g(x) = x - 1$. Să se determine soluțiile reale ale ecuației $f(x) = -g(x)$.
11. Să se formeze o ecuație de gradul al II-lea ale cărei soluții x_1 și x_2 verifică relațiile $x_1 + x_2 = 1$ și $x_1x_2 = -2$
12. Să se determine numărul real x, știind că $x - 3, 4, x + 3$ sunt termeni consecutivi ai unei progresii aritmetice.
13. Să se determine $m \in \mathbb{R}$, știind că soluțiile x_1, x_2 ale ecuației $x^2 - (2m+1)x + 3m = 0$ verifică relația $x_1 + x_2 + x_1x_2 = 11$

14. Se consideră progresia aritmetică $(a_n)_{n\geq 1}$ în care $a_1 = 1$ și $a_5 = 13$. Să se calculeze a_{2009}.
15. Se consideră progresia aritmetică $(a_n)_{n\geq 1}$, în care $a_1 = 2$ și $a_2 = 4$. Să se calculeze suma primilor 10 termeni ai progresiei.
16. Să se rezolve în mulțimea numerelor reale inecuația $(2x-1)^2 \leq 9$.
17. Să se formeze o ecuație de gradul al doilea, știind că aceasta are soluțiile $x_1 = 2$ și $x_2 = 3$.
18. Se consideră progresia aritmetică $(a_n)_{n\geq 1}$ în care $a_1 = 6$ și $a_2 = 5$. Să se calculeze a_7.
19. Să se determine coordonatele vârfului parabolei asociate funcției $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = x^2 + 4x - 5$
20. Să se determine soluțiile reala ale inecuației $x^2 - 9 \leq 0$.
21. Să se determine $m \in \mathbb{R}^*$ astfel încât graficul funcției $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = mx^2 - x + 1$ să conțină punctul $A(2,3)$.
22.Să se determine valorile reale ale parametrului m astfel încât ecuația $x^2 + mx + 9 = 0$ să admită două soluții reale egale.
23. Să se determine valorile reale ale numărului m știind că soluțiile x_1 și x_2 ale ecuației $x^2 - mx + m + 2 = 0$ verifică egalitatea $2x_1x_2 = x_1 + x_2$.
24. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = -2x + 3$. Să se arate că numerele $f(1), f(0)$ și $f(-3)$ sunt termeni consecutivi ai unei progresii geometrice.
25. Să se arate că soluțiile x_1 și x_2 ale ecuației $x^2 - (m+1)x + m = 0, m \in \mathbb{R}$ verifică relația $x_1 + x_2 - x_1x_2 = 1$.

Bibliografie

Matematică : Evaluarea națională 2014 : teme recapitulative : 75 teste rezolvate după modelul MEN / Gheorghe Iurea, Dorel Luchian, Marius Perianu, ... – Pitești : Paralela 45, 2013
Matematică - M2 : breviar teoretic : exerciții și probleme : teste / Marius Burtea, Georgeta Burtea, ... – București : Campion, 2013
Bacalaureat 2009 : matematică MT2 : subiectul I : repere de abordare / Geavidan Abdul-Gelil, Dumitru Mihai Andrei, Mariana Bacula, ... – Constanța : Crizon, 2009
Ghid de pregătire – Matematică : filiera tehnologică : exerciții recapitulative clasele IX-XII : teste pregătitoare pentru examenul de bacalaureat / Marius Burtea, Georgeta Burtea, ... – București : Campion, 2018